



## Formelsammlung für das Fach Mathematik

Stand: 21.04.2017

Mathematische Symbole			
=	gleich	$\overline{AB}$	Strecke mit den Endpunkten A und B
$\neq$	ungleich	$T_n$	alle Teiler von n
<	kleiner als	$V_n$	alle Vielfachen von n
$\leq$	kleiner oder gleich	$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen: 1, 2, 3, ...
>	größer	$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen einschl. Null: 0, 1, 2, 3, ...
$\geq$	größer oder gleich	$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
$\approx$	ungefähr gleich; rund	$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen ..., $-2\frac{1}{2}$ , -1, $-0,\bar{6}$ , ... +3 ....
$\cong$	deckungsgleich; kongruent	$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\triangleq$	entspricht	$\pi$	Kreiszahl Pi ( $\pi \approx 3,14$ )
	parallel		
$\perp$	senkrecht		
a	Betrag der Zahl a		
$\sphericalangle$	rechter Winkel		
$\sphericalangle$	Winkel		

Griechische Buchstaben					
Alpha	$\alpha$	A	Delta	$\delta$	$\Delta$
Beta	$\beta$	B	Epsilon	$\epsilon$	E
Gamma	$\gamma$	$\Gamma$			

Bezeichnungen	
<p><b>Addition</b></p> $a + b = c$ <p>Summand    Summand    Summe</p>	<p><b>Multiplikation</b></p> $a \cdot b = c$ <p>Faktor    Faktor    Produkt</p>
<p><b>Subtraktion</b></p> $a - b = c$ <p>Minuend    Subtrahend    Differenz</p>	<p><b>Division</b></p> $a : b = c$ <p>Dividend    Divisor    Quotient</p>

Rechenregeln		
<b>Kommutativgesetz</b>	<b>Assoziativgesetz</b>	
$a + b = b + a$	$a + (b + c) = (a + b) + c$	
$a \cdot b = b \cdot a$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$	
<b>Distributivgesetz</b>	<b>Multiplikation von Summen</b>	
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$	
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$		
Binomische Formeln		
1. binomische Formel	2. binomische Formel	3. binomische Formel
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Maßeinheiten				
Länge:				
1 km	= 1000 m			
	1 m	= 10 dm	= 100 cm	= 1000 mm
		1 dm	= 10 cm	= 100 mm
			1 cm	= 10 mm
Fläche				
1 km <sup>2</sup>	= 100 ha			
	1 ha	= 100 a		
		1 a	= 100 m <sup>2</sup>	
			1 m <sup>2</sup>	= 100 dm <sup>2</sup>
				1 dm <sup>2</sup>
				= 100 cm <sup>2</sup>
				1 cm <sup>2</sup>
				= 100 mm <sup>2</sup>
Volumen				
1 m <sup>3</sup>	= 1000 dm <sup>3</sup>			
	1 dm <sup>3</sup>	= 1000 cm <sup>3</sup>		
		1 cm <sup>3</sup>	= 1000 mm <sup>3</sup>	
1 Liter = 1 l = 1 dm <sup>3</sup>	1 Milliliter = 1 ml = 1 cm <sup>3</sup>	1 hl = 100 l	1 l = 1000 ml	
Gewichte				
1 t	= 1000 kg			
	1 kg	= 1000 g		
		1 g	= 1000 mg	
Zeitspannen				
1d	= 24 h			
	1 h	60 min		
		1 min	= 60 s	

Maßstab	
1 Zeichnung (1cm)	Verkleinerung : 100 Wirklichkeit (100 cm)
3 Zeichnung (3 cm)	Vergrößerung : 1 Wirklichkeit (1 cm)

Bruchrechnung			
<b>Erweitern</b>	Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren		$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$
<b>Kürzen</b>	Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividieren		$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$
<b>Multiplikation</b>	Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$
<b>Division</b>	Mit dem Kehrwert multiplizieren	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$
<b>Addition und Subtraktion</b>	<b>Brüche mit gleichem Nenner:</b> Zähler addieren (subtrahieren) und den Nenner beibehalten <b>Brüche mit verschiedenen Nennern:</b> Durch Erweitern auf einen gemeinsamen Nenner (Hauptnenner) bringen, dann die Brüche mit gleichen Nennern addieren (subtrahieren).	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$
<b>Bruch in Dezimalzahl umwandeln:</b> Zähler durch den Nenner dividieren			

Prozentrechnung			
$G$ :	Grundwert		
$W$ :	Prozentwert	$W = \frac{G \cdot p}{100}$	$p = \frac{W \cdot 100}{G}$
			$G = \frac{W \cdot 100}{p}$
$p$ :	Prozentzahl z.B. 50(%)	$p\% = \frac{p}{100}$ (Prozentsatz)	z.B. 50% = $\frac{50}{100} = 0,5$

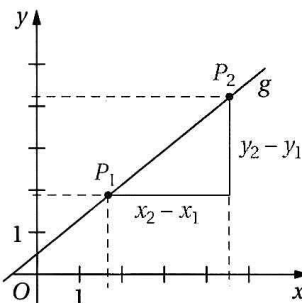
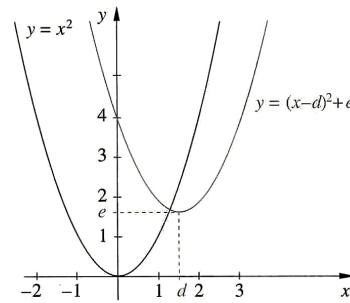
Promillerechnung			
$G$ :	Grundwert		
$W$ :	Promillewert	$W = \frac{G \cdot p}{1000}$	$p = \frac{W \cdot 1000}{G}$
			$G = \frac{W \cdot 1000}{p}$
$p$ :	Promillezahl z.B. 50(‰)	$p\text{‰} = \frac{p}{1000}$ (Promillesatz)	z.B. 30 ‰ = $\frac{30}{1000} = 0,03$



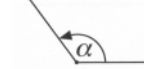
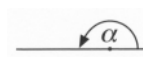

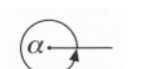
Zinsrechnung			
$K = \text{Kapital}$	<b>Jahreszinsen</b>	<b>Tageszinsen</b>	<b>Monatszinsen</b>
$Z = \text{Zinsen}$	$i = \text{Zeit in Jahren}$	$t = \text{Zeit in Tagen}$	$m = \text{Zeit in Monaten}$
$p\% = \frac{p}{100} = \text{Zinssatz}$	$Z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100}$	$Z = \frac{K \cdot t \cdot p}{100 \cdot 360}$	$Z = \frac{K \cdot m \cdot p}{100 \cdot 12}$
1 Monat = 30 Zinstage		1 Jahr = 12 Monate = 360 Zinstage	

Zinseszins / Exponentielles Wachstum		
$K_0 = \text{Anfangskapital}$	$w_0 = \text{Anfangswert}$	$q = 1 + \frac{p}{100}$
$K_n = \text{Kapital nach n Jahren}$	$w_n = \text{Wert nach n Jahren}$	
$n = \text{Anzahl der Jahre}$		$K_n = K_0 \cdot q^n$
$p(\%) = \frac{P}{100} = \text{Zinssatz / Wachstumsrate (kann negativ sein!)}$		$w_n = w_0 \cdot q^n$
$q = \text{Zinsfaktor / Wachstumsfaktor}$		



Quadratische Gleichungen	
Normalform:	Lösung mit Lösungsformel
$x^2 + px + q = 0$	$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ <p>Die Anzahl der Lösungen hängt vom Wert der Diskriminante ab:</p> $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0 \quad 2 \text{ Lösungen}$ $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0 \quad 1 \text{ Lösung}$ $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0 \quad \text{keine Lösung}$

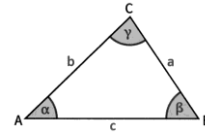
Lineare Funktionen	Quadratische Funktionen
<p>Allgemeine Form: <math>ax + by + c = 0</math></p> <p>Normalform: <math>y = mx + n</math></p> <p>m: Steigung  <math>m &gt; 0</math>: die Gerade steigt  <math>m &lt; 0</math>: die Gerade fällt  <math>m = 0</math>: die Gerade verläuft parallel zu x-Achse</p> <p>n: y-Achsenabschnitt  <math>n &gt; 0</math>: die Gerade schneidet die positive y-Achse  <math>n &lt; 0</math>: die Gerade schneidet die negative y-Achse  <math>n = 0</math>: die Gerade ist Ursprungsgerade</p> <p>Berechnung der Steigung:</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 	<p>Allgemeine Form: <math>y = ax^2 + bx + c</math>  wobei a; b; c konstant und <math>a \neq 0</math></p> <p>Scheitelpunktform: <math>y = a(x - d)^2 + e</math>  wobei a, d, e konstant und <math>a \neq 0</math></p> <p>Scheitelpunkt: S(d; e)</p> <p>Graph: Parabel</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a &gt; 1</math>: nach oben offen; Streckung in y-Richtung</li> <li><math>a = 1</math>: nach oben offen; Normalparabel</li> <li><math>0 &lt; a &lt; 1</math>: nach oben offen; Stauchung in y-Richtung</li> <li><math>a &lt; 0</math>: nach unten geöffnet</li> </ul> 

Winkelarten					
					
spitzer Winkel $\alpha > 90^\circ$	rechter Winkel $\alpha = 90^\circ$	stumpfer Winkel $90^\circ < \alpha < 180^\circ$	gestreckter Winkel $\alpha = 180^\circ$	überstumpfer Winkel $180^\circ < \alpha < 360^\circ$	Vollwinkel $\alpha = 360^\circ$

## Dreiecke

Winkelsumme:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

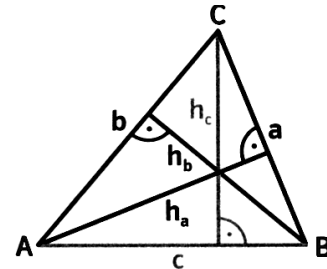


### Allgemeines Dreieck

Flächeninhalt:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} \text{ oder } A = \frac{b \cdot h_b}{2} \text{ oder } A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



### Gleichschenkliges Dreieck

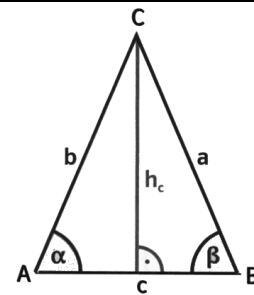
Zwei Seiten (die Schenkel) sind gleich lang:

$$a = b$$

Die dritte Seite heißt Basis.

Die Basiswinkel sind gleich:

$$\alpha = \beta$$



### Gleichseitiges Dreieck

Alle Seiten sind gleich lang:

$$a = b = c$$

Alle Winkel sind gleich groß:

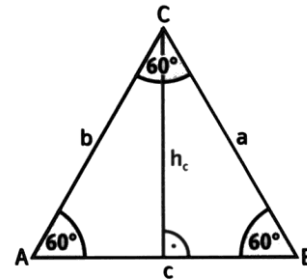
$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

Alle Höhen sind gleich lang:

$$h = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

Für den Flächeninhalt gilt:

$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$



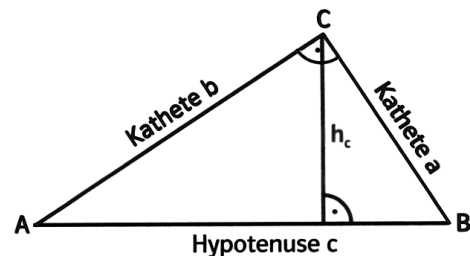
### Rechtwinkliges Dreieck

Die dem rechten Winkel ( $90^\circ$ ) gegenüberliegende Seite heißt **Hypotenuse**.

Die beiden anderen Seiten heißen **Katheten**.

Ist  $\gamma = 90^\circ$ , dann gilt für den Flächeninhalt

$$A = \frac{a \cdot b}{2} \text{ oder auch } A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



### Satz des Pythagoras

Im rechtwinkligen Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

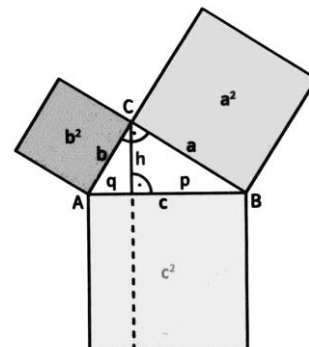
$$\text{Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

### Höhensatz

$$h^2 = p \cdot q$$

### Kathetensatz

$$a^2 = c \cdot p \text{ oder } b^2 = c \cdot q$$

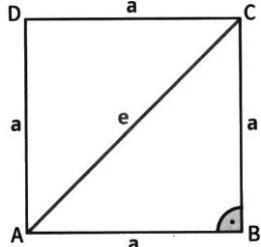


**Vierecke**

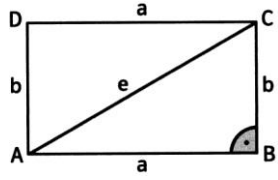
Winkelsumme  
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^{\circ}$



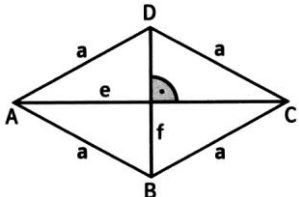
**Quadrat**  
 $A = a^2$   
 $u = 4a$   
 $e = a\sqrt{2}$



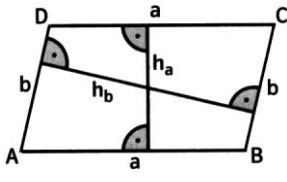
**Rechteck**  
 $A = a \cdot b$   
 $u = 2a + 2b$   
 $e = \sqrt{a^2 + b^2}$



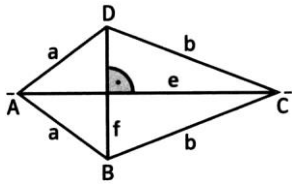
**Raute**  
 $A = \frac{e \cdot f}{2}$   
 $u = 4a$



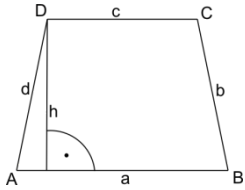
**Parallelogramm**  
 $A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$   
 $u = 2a + 2b$



**Drachenviereck**  
 $A = \frac{e \cdot f}{2}$   
 $u = 2a + 2b$



**Trapez**  
 $A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$   
 $u = a + b + c + d$

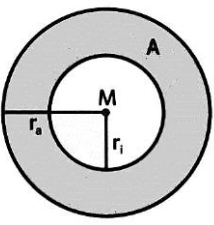


**Kreis und Kreisteile**

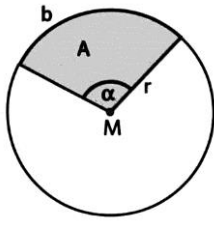
**Kreis**  
 $d = 2 \cdot r$   
 $A = \pi \cdot r^2$  oder  $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$   
 $u = 2 \cdot \pi \cdot r$  oder  $u = \pi \cdot d$

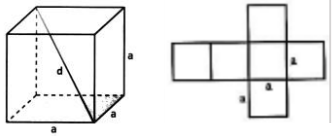
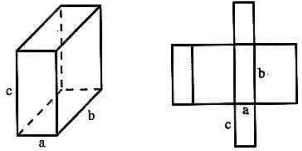
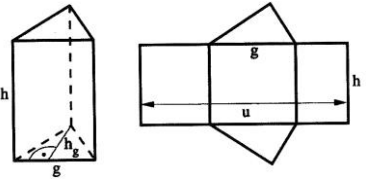
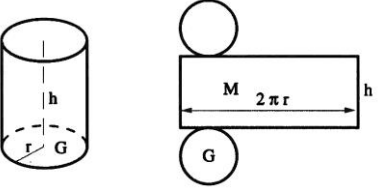
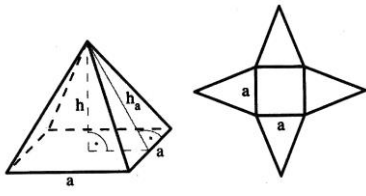
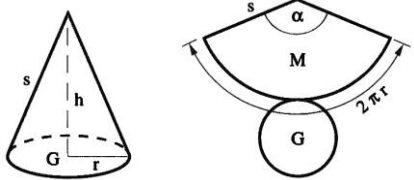
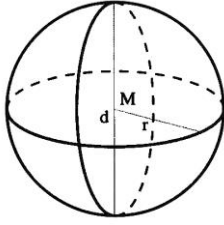



**Kreisring**  
 $A = \pi \cdot (r_a^2 - r_i^2)$   
 oder  
 $A = \pi \cdot r_a^2 - \pi \cdot r_i^2$



**Kreisausschnitt (Sektor) und Kreisbogen**  
 $A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^{\circ}}$   
 $A = \frac{b \cdot r}{2}$   
 $b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^{\circ}}$



<b>Körperberechnungen</b>		
V Körpervolumen O Oberfläche	G Grundfläche M Mantelfläche	h Körperhöhe
<b>Würfel</b>  $V = a^3 \quad O = 6a^2 \quad d = a\sqrt{3}$	<b>Quader</b>  $V = a \cdot b \cdot c \quad O = 2(ab + ac + bc)$	
<b>Dreiecksprisma</b>  $G = \frac{g \cdot h_g}{2} \quad M = u \cdot h$ $V = G \cdot h \quad O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \frac{g \cdot h_g}{2} + u \cdot h$	<b>Zylinder</b>  $G = \pi \cdot r^2 \quad M = \pi \cdot d \cdot h = \pi \cdot 2r \cdot h$ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$	
<b>Quadratische Pyramide</b>  $V = \frac{a^2 \cdot h}{3} \quad M = 2 \cdot a \cdot h_a$ $O = a^2 + \frac{4 \cdot a \cdot h_a}{2} = a^2 + 2a \cdot h_a$	<b>Kegel</b>  $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \quad O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$ $M = \pi \cdot r \cdot s$	
<b>Kugel</b> $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \quad O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ 		



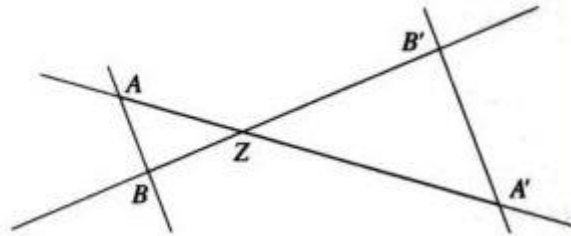
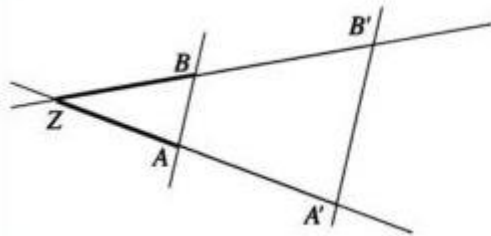
## Strahlensätze

### 1. Strahlensatz:

Werden zwei Strahlen, mit einem gemeinsamen Anfangspunkt, von zwei parallelen Geraden geschnitten, dann verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

### 2. Strahlensatz:

Werden zwei Strahlen, mit einem gemeinsamen Anfangspunkt, von zwei parallelen Geraden geschnitten, dann verhalten sich die Parallelenabschnitte zueinander wie die zugehörigen Strahlenabschnitte ein und desselben Strahls.



Es gilt:  $\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = k$

ebenfalls gilt:  $\frac{\overline{ZA}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{BB'}}$  und:  $\frac{\overline{ZA'}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{BB'}}$

## Trigonometrie

### Rechtwinklige Dreiecke

Die Gegenkathete ist stets die Kathete, welche dem betrachteten Winkel gegenüberliegt.  
Die Ankathete ist stets die Kathete, welche dem betrachteten Winkel anliegt.

**Sinus** =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$      $\sin \alpha = \frac{a}{c}$      $\sin \beta = \frac{b}{c}$

**Kosinus** =  $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$      $\cos \alpha = \frac{b}{c}$      $\cos \beta = \frac{a}{c}$

**Tangens** =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$      $\tan \alpha = \frac{a}{b}$      $\tan \beta = \frac{b}{a}$

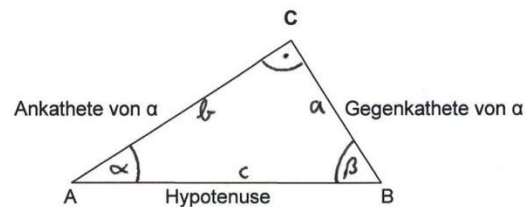


Abbildung 1 aus Sicht von  $\alpha$

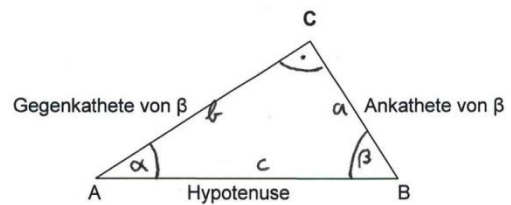


Abbildung 2 aus Sicht von  $\beta$

### Beliebige Dreiecke

#### Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

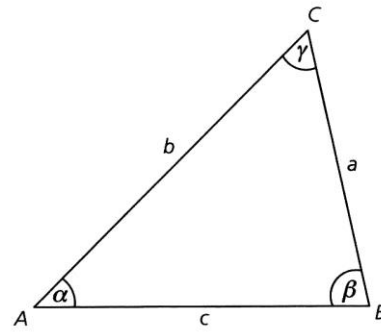
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

#### Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$



### Beschreibende Statistik/Stochastik

#### Arithmetisches Mittel (Durchschnitt $\bar{x}$ )

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$$

#### Median(Zentralwert)

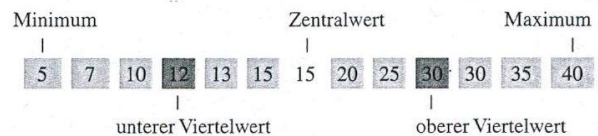
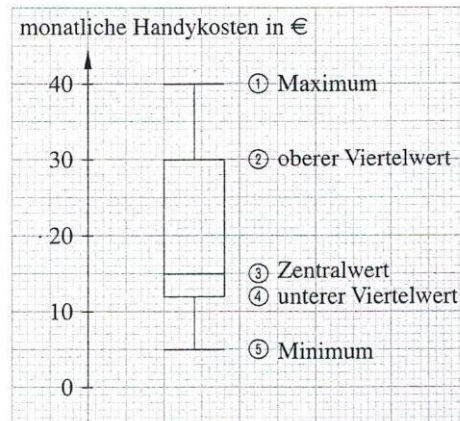
In einer Stichprobe, deren Werte nach der Größe geordnet sind, stehen links und rechts vom Median gleich viele Werte. Der Median ist also die Mitte der Liste. Bei einer geraden Anzahl von Werten nimmt man dann das arithmetische Mittel der in der Mitte stehenden Werte.

#### Boxplots

Das Boxplot ist eine Möglichkeit, die Verteilung von Daten und die statistischen Kenngrößen (Maximum, Minimum und Median) graphisch darzustellen. Um ein Boxplot zu erstellen benötigt man fünf Werte: Minimum, Maximum, Median und die beiden Quartile (oberer und unterer Viertelwert).

Die Viertelwerte werden nach dem gleichen Verfahren bestimmt wie der Median, nur eben auf die obere und untere Hälfte (vom Median aus gesehen) bezogen. Bei ungerader Anzahl von Daten wird der Median zu beiden Hälften mitgezählt.

Die Viertelwerte bilden dann die Begrenzung der Box. In der Box befinden sich also die mittleren 50% der Daten. Durch die Begrenzung der beiden von der Box ausgehenden Antennen wird die gesamte Spannweite dargestellt.



#### Laplace – Versuch

Zufallsversuch, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind (z.B. Münzwurf). Die Wahrscheinlichkeit  $P$  für das Eintreten eines Ereignisses  $E$  berechnet man wie folgt:

$$P = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ereignisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ereignisse}}$$

#### Spannweite (Intervallbereich) $s$

$$s = \text{größer Wert} - \text{kleinster Wert}$$

#### Häufigkeit

Absolute Häufigkeit = Anzahl des Auftretens eines bestimmten Wertes

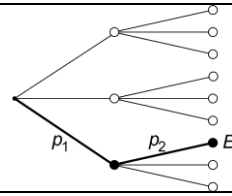
Relative Häufigkeit =  $\frac{\text{absolute Häufigkeit eines Wertes}}{\text{Gesamtzahl der Werte}}$

#### 1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

ergibt sich aus dem Produkt der  
Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades

$$P = p_1 \cdot p_2$$



**2. Pfadregel (Summenregel)**  
Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist  
gleich der Summe der  
Einzelwahrscheinlichkeiten.

$$P = p_1 \cdot p_2 + q_1 \cdot q_2$$

